

# II. Динамика

**Динамика** — это раздел механики, изучающий причины возникновения и изменения механического движения

## ① СИЛА. МАССА

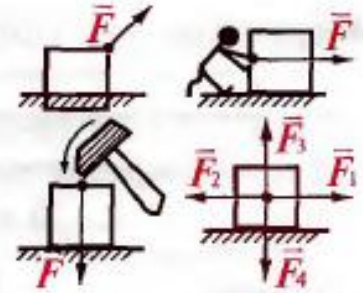
### 1) Сила

$\vec{F}$

характеризуется:

- величиной
- направлением
- точкой приложения

это векторная физическая величина, характеризующая действие одного тела на другое, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет форму и размеры



Если тело является материальной точкой, силы прикладываются к центру масс.

### 2) Виды сил

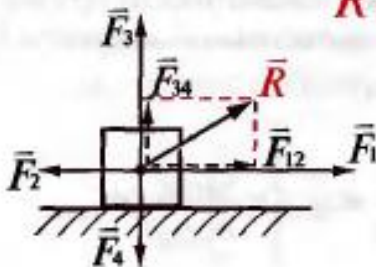


**Изолированная система тел** — система, в которой действуют только внутренние силы

### 3) Равнодействующая сил

$\vec{R} [H]$

геометрическая (векторная) сумма всех сил, действующих на тело



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n$$

ускорение тела сонаправлено с равнодействующей

#### 4) Масса

$m$  [кг]

- 1) это скалярная физическая величина, характеризующая **инертность** тела
- 2) это скалярная физическая величина, характеризующая **гравитационные свойства** тела

#### Инерция

— это физическое явление, заключающееся в том, что тела стремятся сохранить свою скорость (покой)

#### Инертность

— это свойство тел сохранять свою скорость (покой)

#### 5) Закон природы

Опытно  
установлено  $\Rightarrow$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

При взаимодействии двух тел полученные ускорения относятся так, как обратное отношение их масс

#### 6) Плотность

$\rho$  [кг/м<sup>3</sup>]

(табличная величина)

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$V$  [м<sup>3</sup>] — объем  
тела

это скалярная физическая величина, равная массе вещества в единице объема

#### 7) Способы определения массы

а) сравниваем с эталоном на весах  
(гири)

$\rho$  — определяют по таблице

б) по формуле

$$m = \rho V$$

$V$  — определяют математически (формулами) или по вытесненной жидкости в мензурке

в) взаимодействием  
с эталоном

$$\frac{a_{\text{тела}}}{a_{\text{этал.}}} = \frac{m_{\text{этал.}}}{m_{\text{тела}}}$$

$$\Rightarrow m_{\text{тела}} = \frac{a_{\text{этал.}}}{a_{\text{тела}}} \cdot m_{\text{этал}}$$



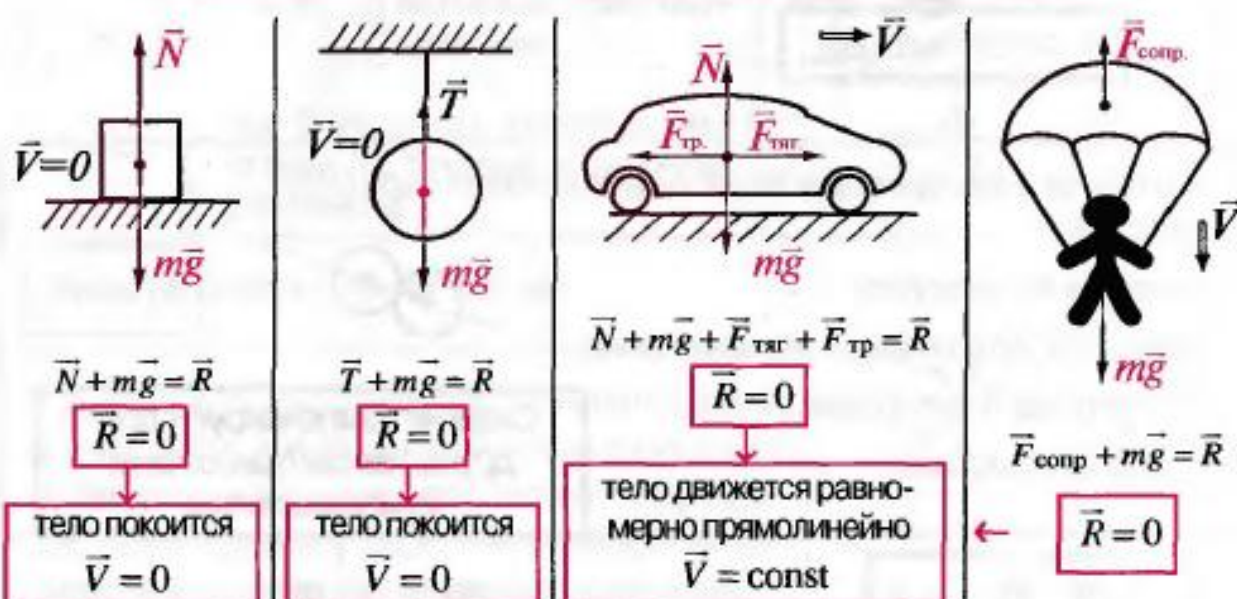
## ② ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

**Законы установлены  
опытным путем**

### 1) I закон Ньютона

Существуют такие системы отсчета, относительно которых тело покоится или движется равномерно и прямолинейно, если на него не действуют другие тела или действия других тел скомпенсированы

Такие системы отсчета называются **инерциальными**



### 2) II закон Ньютона

Ускорение, полученное телом, прямо пропорционально равнодействующей сил, приложенных к телу, и обратно пропорционально массе тела. Направление ускорения совпадает с направлением равнодействующей

$$\vec{a} = \frac{\vec{R}}{m}$$

$$\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{R}$$

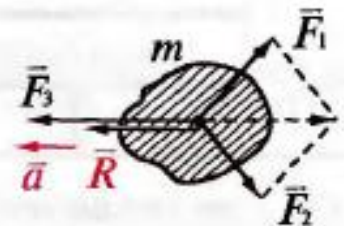
а) на тело действует **одна сила**

$$\left. \begin{array}{l} \vec{a} \sim \vec{F} \\ \vec{a} \sim \frac{1}{m} \end{array} \right\} \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{F}$$



б) на тело действует **несколько сил**

$\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m}$	$\vec{a}_2 = \frac{\vec{F}_2}{m}$	$\vec{a}_3 = \frac{\vec{F}_3}{m}$
$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 \Rightarrow$		$\vec{a} = \frac{\vec{R}}{m}$



Ускорение, сообщаемое телу при одновременном действии нескольких сил, равно векторной сумме всех ускорений, которые сообщила бы этому телу каждая сила, действуя в отдельности

2) **III закон Ньютона**

При взаимодействии двух тел всегда возникает пара сил, которые:

- 1) равны по модулю
- 2) противоположны по направлению
- 3) лежат на одной прямой
- 4) одной природы



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

Силы не компенсируют друг друга, так как приложены к разным телам



взаимодействие тел  
 $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  — пара сил



$\vec{a}_1$  и  $\vec{a}_2$  — ускорения, которые приобрели тела при взаимодействии

По закону природы:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow a_1 \cdot m_1 = a_2 \cdot m_2$$

в проекциях на ось X  $\left. \begin{array}{l} F_1 < 0 \\ F_2 > 0 \end{array} \right\} \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

$$F_1 = F_2$$

силы равны по модулю

**Законы Ньютона применимы только в инерциальных системах отсчета**



### ③ ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ. СИЛА ТЯЖЕСТИ

#### 1) Гравитационные силы

1667 г. И. Ньютон

астрономические  
наблюдения, опыты

Тела, обладающие **массой**,  
притягиваются друг к другу силами,  
которые называют **гравитационными**

$$\left. \begin{array}{l} F_{\text{гр}} \sim m_1 \\ F_{\text{гр}} \sim m_2 \end{array} \right\} F_{\text{гр}} \sim m_1 \cdot m_2$$

чем больше  $m$  тел,  
тем больше гравитаци-  
онная сила



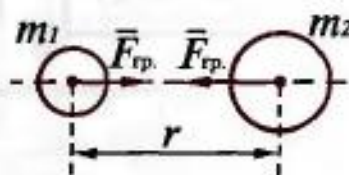
$$F_{\text{гр}} \sim \frac{1}{r^2}$$

чем больше расстояние между  
телами ( $r$ ), тем гравитационная  
сила меньше

$$F_{\text{гр}} \sim \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

#### 2) Закон всемирного тяготения

Все материальные точки притягиваются друг к другу с силой, модуль которой прямо пропорционален произведению их масс, и обратно пропорционален квадрату расстояния между ними. Силы лежат на одной прямой, соединяющей центры масс этих тел, и направлены навстречу друг другу



$$F_{\text{гр}} = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$G$  — гравитационная  
постоянная

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

Физический смысл

гравитационная постоянная численно  
равна силе, с которой притягиваются  
две материальные точки массой по 1 кг  
на расстоянии 1 м

**Закон всемирного тяготения можно применять, если:**

- тела являются **материальными точками**
- тела являются однородными **шарами** или обладают симметричным распределением массы относительно центра тела

### 3) Сила тяжести

$$\vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g}$$

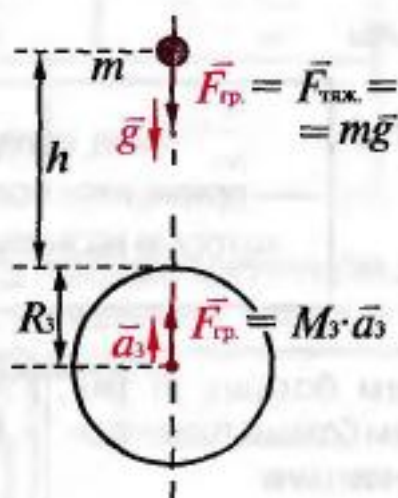
[Н]

$$F_{\text{гп}} = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

↓

$$F_{\text{тяж}} = G \frac{M_3 m}{(R_3 + h)^2}$$

это гравитационная сила, с которой Земля притягивает к себе тела



$m$  — масса тела

$M_3$  — масса Земли

$g$  — ускорение свободного падения

$a_3$  — ускорение Земли

$a_3 \ll g$

!  $a_3 \ll g$  так как  $M_3 \gg m$

### 4) Ускорение свободного падения

$$F_{\text{тяж}} = G \frac{M_3 m}{(R_3 + h)^2}$$

$$F_{\text{тяж}} = mg$$

↓

$$g = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2}$$

ускорение, с которым движется любое тело в поле тяготения Земли, если на него действует только  $F_{\text{тяж}}$

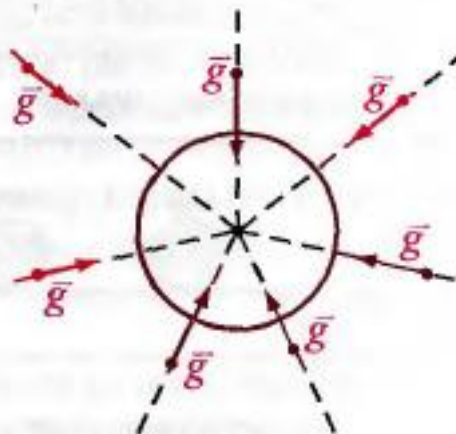
Ускорение свободного падения зависит от:

1)  $R_{\text{Земли}}$  (географич. широты)

(чем  $R_3 \uparrow$ , тем  $g \downarrow$ )

$R_{3(\text{экватор})} > R_{3(\text{полюс})}$

2)  $h$  (высоты тела над поверхностью Земли) (чем  $h \uparrow$ , тем  $g \downarrow$ )



Гравитационное поле Земли ослабевает с расстоянием от центра Земли

### 5) Для любой планеты (космического тела)

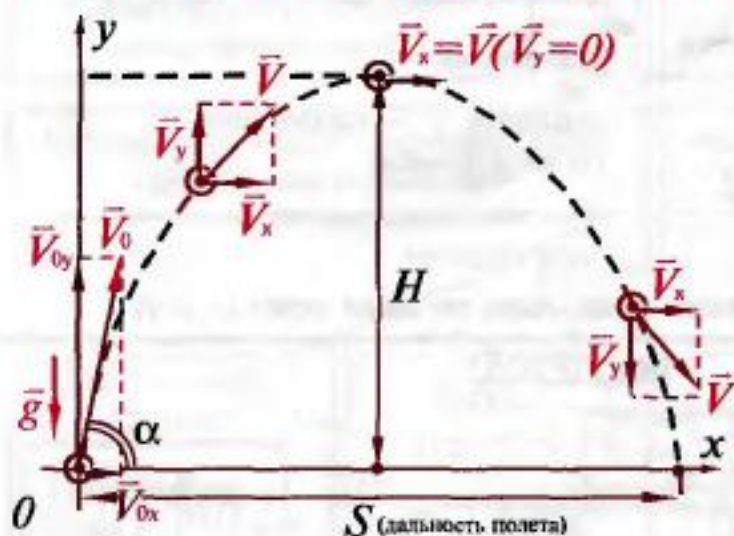
$$F_{\text{тяжплан.}} = G \frac{M_{\text{пл.}} \cdot m}{(R_{\text{пл.}} + h)^2}$$

$$g_{\text{пл.}} = G \frac{M_{\text{пл.}}}{(R_{\text{пл.}} + h)^2}$$



## ④ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА В ПОЛЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

### 1) Движение тела, брошенного под углом к горизонту



траектория – парабола

действующая сила  $-\vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g}$

ускорение  $-\vec{g} \downarrow$

скорость  $\vec{V}$  – направлена по касательной к траектории

$H$  – максимальная высота полета

$V_0$  – начальная скорость (при броске)

$\alpha$  – угол броска

Движение тела рассматривают отдельно по двум осям (x и y)

**ось x (РГД)**

$$\vec{V}_x = \text{const} \quad V_{0x} = V_0 \cdot \cos \alpha$$

$$x = V_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$$

**ось y (РУГД)**

$$V_y = V_0 \cdot \sin \alpha - gt$$

$$y = V_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

Подъем на максимальную высоту: (H)

$$V_y = 0 \rightarrow 0 = V_0 \cdot \sin \alpha - gt_{\text{под}} \rightarrow$$

$$t_{\text{под}} = \frac{V_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

Все время движения:  $t_{\text{всё}} = 2t_{\text{под}} \rightarrow$

$$t_{\text{всё}} = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}$$

Дальность полета:  $S = x = V_0 \cos \alpha \cdot t_{\text{всё}} = V_0 \cos \alpha \cdot \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{V_0^2 \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g}$

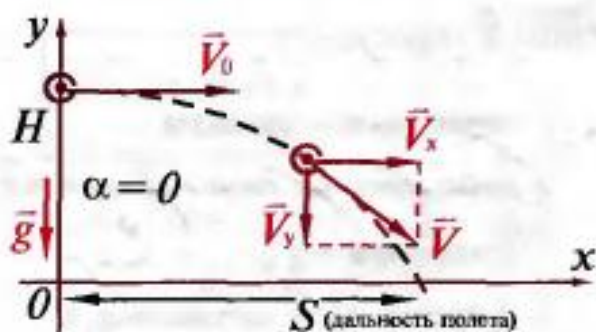
$$S = \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

при  $\alpha = \pi/4$   
дальность полета наибольшая

Максимальная высота полета:  $H = y = V_0 \cdot \sin \alpha \cdot t_{\text{под}} - \frac{gt_{\text{под}}^2}{2} \rightarrow$

$$H = \frac{V_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$$

## 2) Движение тела, брошенного горизонтально



траектория – ветка параболы  
 действующая сила –  $\vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g}$   
 ускорение –  $\vec{g} \downarrow$   
 скорость  $\vec{V}$  – направлена по касательной  
 $V_0$  – начальная скорость (при броске)

Движение тела рассматривают отдельно по двум осям (x и y)

ось x (РПД)	ось y (РУПД)	
$V_x = \text{const} = V_0$	$V_y = -gt$ $V_{by} = 0$	$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$
$x = V_0 \cdot t$	$y = H - \frac{gt^2}{2}$	

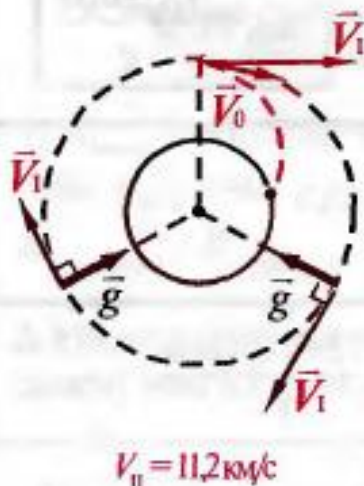
Все время движения:  $y = 0 \rightarrow 0 = H - \frac{gt_{\text{всё}}^2}{2} \Rightarrow t_{\text{всё}} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

Дальность полета:  $S = x = V_0 \cdot t_{\text{всё}} \Rightarrow S = V_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$

## 3) Искусственные спутники Земли

движение – свободное падение  
 (действует только сила тяжести)

тело движется по окружности:  $a_{\text{ц}} = g = \frac{v^2}{R}$



$$\left. \begin{aligned} g &= \frac{v^2}{R_3} \\ g &= G \frac{M_3}{R_3^2} (h=0) \end{aligned} \right\} V_1 = \sqrt{\frac{GM_3}{R_3}} \quad V_1 = 7,9 \text{ км/с}$$

I космическая скорость

Минимальная скорость, которую нужно сообщить телу, чтобы оно могло двигаться вокруг Земли по круговой орбите (искусственный спутник)

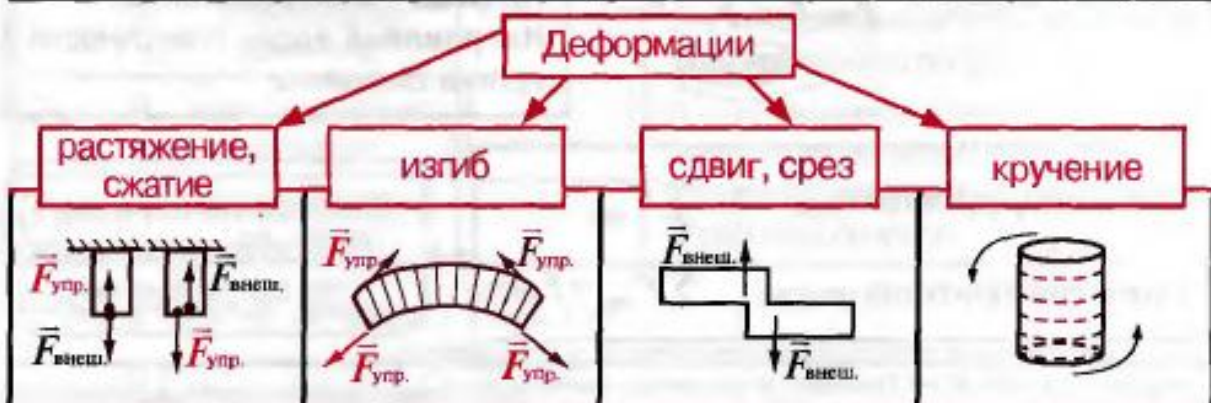
Наименьшая скорость тела, при которой оно преодолевает притяжение Земли и становится спутником Солнца (орбита – парабола), II космическая скорость

Скорость тела, при которой тело преодолевает притяжение Солнца и покидает Солнечную систему, III космическая скорость  $V_{III} = 16,7 \text{ км/с}$



## ⑤ СИЛА УПРУГОСТИ

### 1) Природа сил и причины возникновения



**Природа сил:**  
электromагнитные  
( $\vec{F}_{упр}$  равна сумме сил притяжения и отталкивания между молекулами)



нет деформации

$$|\vec{F}_{пр}| = |\vec{F}_{от}| \quad \vec{F}_{упр} = 0$$

сжатие

$$|\vec{F}_{пр}| < |\vec{F}_{от}| \quad \vec{F}_{упр} \uparrow \vec{F}_{от}$$

растяжение

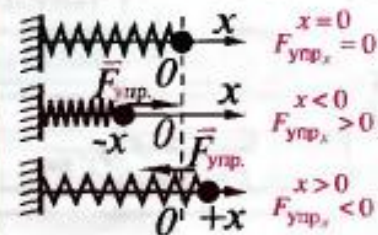
$$|\vec{F}_{пр}| > |\vec{F}_{от}| \quad \vec{F}_{упр} \uparrow \vec{F}_{пр}$$

2) **Закон Гука** выполняется при упругих деформациях

$$F_{упр} = -kx$$

Сила упругости прямо пропорциональна смещению тела и противоположна ему по знаку

$k$  [Н/м] — коэффициент жесткости  
 $x$  — смещение (удлинение тела)

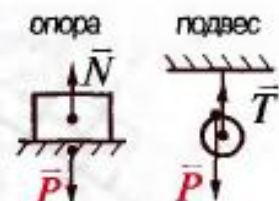


## ⑥ ВЕС ТЕЛА. НЕВЕСОМОСТЬ

1) **Вес тела**

$$\vec{P} \text{ [Н]}$$

это сила, с которой тело, вследствие его притяжения к Земле, действует на опору или подвес



точка приложения: опора или подвес

$$-\vec{N} = \vec{P} \quad -\vec{T} = \vec{P} \quad \text{по III закону Ньютона}$$

2) **Невесомость**

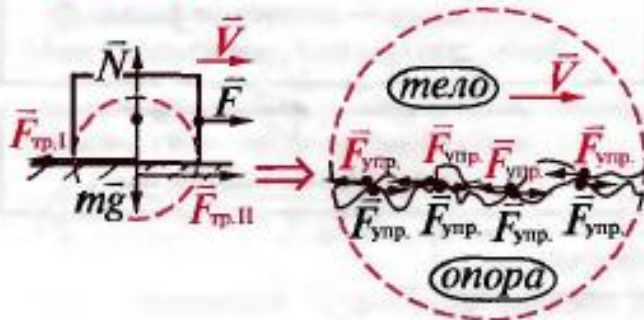
$$\vec{P} = 0$$

это когда тело не действует на опору или подвес, и вследствие этого внутри тела отсутствует деформация; при этом на тело действует только сила тяжести



## 7 СИЛА ТРЕНИЯ

### 1) Природа силы и причины возникновения

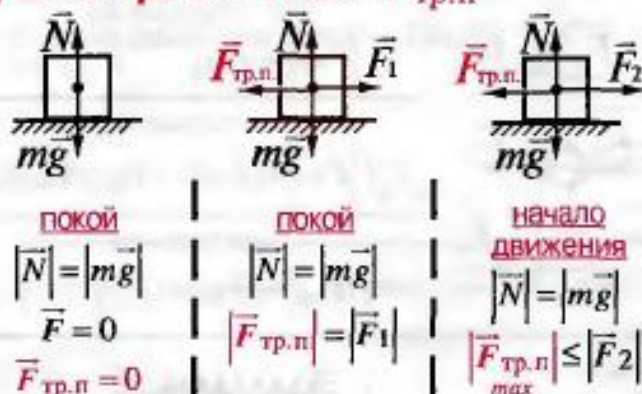


**Сила трения  $\vec{F}_{тр}$  [Н]** возникает вдоль поверхности 2-х трущихся тел из-за деформации этих поверхностей (сжатие неровностей)  
**Природа** — электромагнитная  
**Направлена** вдоль поверхности против смещения

Сумма сил упругостей **тела**  $\sum \vec{F}_{упр} = \vec{F}_{трI}$   
 Сумма сил упругостей **опоры**  $\sum \vec{F}_{упр} = \vec{F}_{трII}$

Силы трения возникают у двух соприкасающихся тел одновременно

### 2) Сила трения покоя $\vec{F}_{тр.п}$

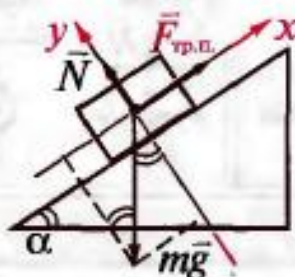


**Сила трения покоя** возникает в случае, если на тело действует сила, стремящаяся сдвинуть его с места  
**Направлена** против этой силы  
**Равна** по модулю этой силе  
 Может возрастать только до определенного значения, после чего тело начинает двигаться

$$0 \leq F_{тр.п} \leq F_{тр.п. max}$$

$$F_{тр.п. max} = \mu_0 N$$

$\mu_0$  — коэффициент трения покоя



Тело на наклонной плоскости находится

в покое

$$\vec{a} = 0$$

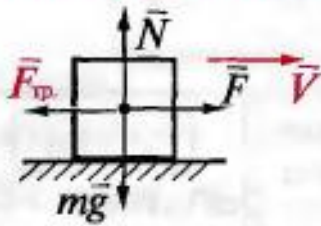
II закон Ньютона:  $\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр.п} = \vec{a} \cdot m$

x:  $0 - mg \cdot \sin \alpha + F_{тр.п} = 0$

!  $F_{тр.п} = mg \cdot \sin \alpha$



### 3) Сила трения скольжения



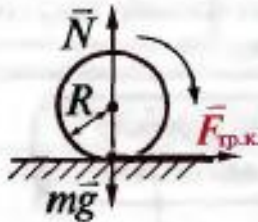
#### Сила трения скольжения

возникает в случае, если на тело действует сила, которая приводит тело в движение

Направлена против этой силы вдоль поверхности опоры

$ \vec{F}_{тр}  =  \vec{F} $	равномерное движение	$F_{тр} = \mu N$	$N$ — сила реакции опоры (зависит от силы давления на опору) $\mu$ — коэффициент трения скольжения (зависит от материала, из которого сделана поверхность, и степени ее обработки/ровности)
$ \vec{F}_{тр}  <  \vec{F} $	равноускоренное движение		
$ \vec{F}_{тр}  >  \vec{F} $	равнозамедленное движение		

### 4) Сила трения качения ( $\vec{F}_{тр.к}$ )



Сила трения качения возникает в случае, если одно тело катится по поверхности другого.

Направлена вдоль поверхности качения, против вращения

$$F_{тр.к} \ll F_{тр} \text{ (при скольжении)}$$

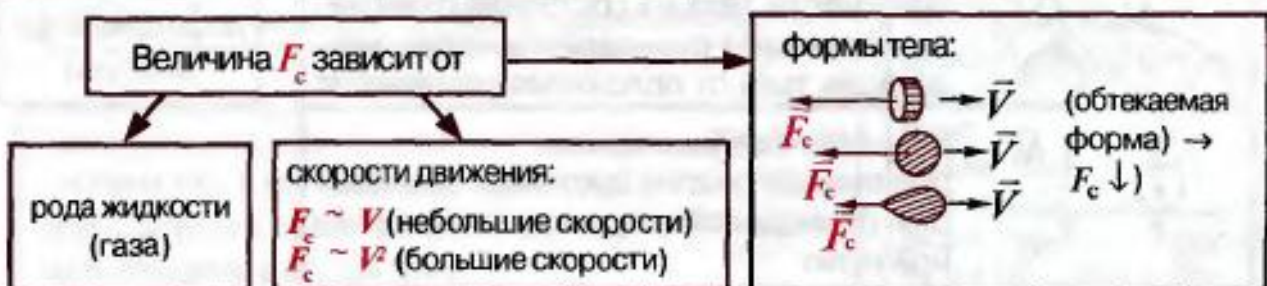
$F_{тр.к} = \mu_k \frac{N}{R}$	$N$ — сила реакции опоры; $R$ — радиус $\mu_k$ — коэффициенты трения качения
--------------------------------	---

### 5) Жидкостное трение (трение в газах и жидкостях) $\vec{F}_c$

При трении тела о жидкость или газ возникающую силу будем называть силой сопротивления

Сила, возникающая при жидком трении, во много раз меньше силы сухого трения (поэтому для уменьшения трения трущиеся поверхности смазывают)

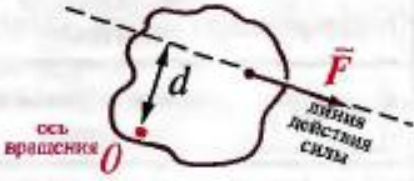
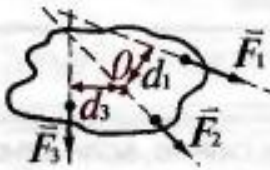
**Особенность жидкостного трения:** нет силы трения покоя (даже при небольших воздействиях на тело оно приходит в движение)





# III. Статика

**Статика** — раздел механики, изучающий равновесие тел и условия равновесия



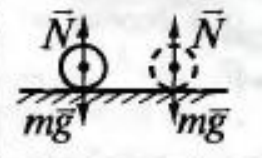
<p>① <b>Момент силы</b>  <math>M</math> [нм]          (скаляр)</p>	<p>это скалярная величина, равная произведению модуля силы на плечо этой силы.</p>	<p><math>M = Fd</math>  <math>F</math> — модуль силы  <math>d</math> — плечо силы</p>
<p><b>Плечо силы</b>  <math>d</math> [м]</p>	<p>это кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы (если линия действия силы проходит через ось вращения, то <math>d = 0</math>)</p>	
 <p> <math>M_1 = F_1 \cdot d_1 &gt; 0</math>  <math>M_2 = F_2 \cdot d_2 = 0</math> (<math>d_2 = 0</math>)  <math>M_3 = F_3 \cdot d_3 &lt; 0</math> </p>	<p><b>Принято условно:</b>          а) Если момент вращает тело по часовой стрелке: <math>M &gt; 0</math>          б) Если момент вращает тело против часовой стрелки: <math>M &lt; 0</math></p>	

② **Равновесие тела** — состояние, при котором тело неподвижно относительно выбранной системы отсчета

## Условия равновесия

<p><b>I условие:</b> На тело не должны действовать силы или их действия должны быть скомпенсированы</p> <p><math>\sum \vec{F} = \vec{R} = 0</math> → нет поступательного движения</p>	<p><b>II условие:</b> Алгебраическая сумма моментов сил, действующих на тело, должна быть равна нулю</p> <p><math>\sum M = 0</math> → нет вращения</p>
---	--

## ③ Виды равновесия

	<p><b>Устойчивое равновесие</b>          при выводе тела из состояния равновесия возникает равнодействующая, возвращающая его в равновесие</p>	<p>В положении устойчивого равновесия тело обладает минимальной потенциальной энергией</p>
	<p><b>Неустойчивое равновесие</b>          при выводе тела из состояния равновесия возникает равнодействующая, удаляющая тело от положения равновесия</p>	
	<p><b>Безразличное равновесие</b>          при выводе тела из состояния равновесия равнодействующая остается равной нулю</p>	