

# IV. Законы сохранения

## Законы сохранения

раздел механики, изучающий физические величины: импульс и энергию, а также законы их сохранения

### 1 ИМПУЛЬС

ИМПУЛЬС СИЛЫ	ИМПУЛЬС ТЕЛА
$\vec{I} = \vec{F} \cdot t$ [Н·с] $\vec{I}$ — импульс силы $\vec{F}$ — сила $t$ — время $\vec{I} \uparrow \uparrow \vec{F}$	$\vec{P} = m \cdot \vec{V}$ [кг·м/с] $\vec{P}$ — импульс тела $m$ — масса $\vec{V}$ — скорость тела $\vec{P} \uparrow \uparrow \vec{V}$
векторная физическая величина, являющаяся мерой действия силы за некоторый промежуток времени	векторная физическая величина, являющаяся мерой механического движения (количество движения)

**II закон Ньютона в импульсном виде**

$$\left. \begin{aligned} \vec{a} &= \frac{\vec{F}}{m} \\ \vec{a} &= \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t} \end{aligned} \right\} \frac{\vec{F}}{m} = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t} \Rightarrow \frac{\vec{F} \cdot t}{m} = m\vec{V}_2 - m\vec{V}_1$$

$\vec{F} \cdot t = m\vec{V}_2 - m\vec{V}_1$   
 $\vec{F} \cdot t = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \Delta\vec{P}$

$\vec{F}t$  — импульс силы  
 $m\vec{V}_1 = \vec{P}_1$  — импульс тела до взаимодействия  
 $m\vec{V}_2 = \vec{P}_2$  — импульс тела после взаимодействия  
 $\Delta\vec{P}$  — изменение импульса тела в результате взаимодействия

изменение импульса тела равно импульсу силы

### 2 ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Векторная сумма (геометрическая) импульсов тел в замкнутой системе остается величиной постоянной

$$\sum_{i=1}^n \vec{P}_i = \text{const}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \dots + \vec{P}_n = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2 + \dots + \vec{P}'_n$$

$$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 + \dots + m_n\vec{V}_n = m_1\vec{V}'_1 + m_2\vec{V}'_2 + \dots + m_n\vec{V}'_n$$

$m_1, m_2 \dots m_n$  — массы тел в системе  
 $V_1, V_2 \dots V_n$  — скорости тел до взаимодействия  
 $V'_1, V'_2 \dots V'_n$  — скорости тел после взаимодействия

Замкнутая (изолированная) система тел — это такая система тел, в которой тела взаимодействуют только друг с другом и не взаимодействуют с другими телами, не входящими в эту систему

можно применять закон:  
 а) если равнодействующая внешних сил равна нулю  
 б) для проекции на какую-либо ось, если проекция равнодействующей на эту ось равна нулю

### ③ РАБОТА. ЭНЕРГИЯ

1) **Энергия** || скалярная физическая величина, характеризующая способность тела совершать работу

$$E \text{ [Дж]}$$

2) **Работа** || это скалярная физическая величина, являющаяся пространственной характеристикой действия силы

$$A \text{ [Дж]}$$

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ н} \cdot 1 \text{ м}$$

это значит, что, если сила в 1 н сдвигает тело на 1 м, то совершается работа 1 Дж.

#### Связь работы и энергии

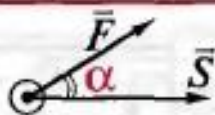
$$|A| = |\Delta E| \rightarrow A = E_2 - E_1 = \Delta E \text{ — (кинетическая энергия)}$$

$$\rightarrow A = E_1 - E_2 = -\Delta E \text{ — (потенциальная энергия)}$$

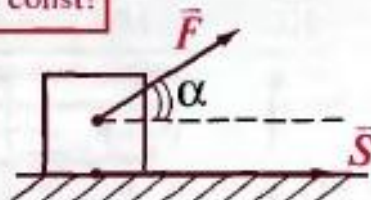
Работа всегда равна изменению энергии

$$A = \vec{F} \cdot \vec{S}$$

$$A = F \cdot S \cdot \cos \alpha$$



$$F = \text{const!}$$



Механическая работа численно равна произведению модуля силы на модуль перемещения и на косинус угла между ними

$\alpha = 0^\circ$		$A > 0$ <small>max</small>	$A = F \cdot S \cdot \cos 0^\circ, \cos 0^\circ = +1$ $A = F \cdot S$
$0^\circ < \alpha < 90^\circ$		$A > 0$	$A = F \cdot S \cdot \cos \alpha$
$\alpha = 90^\circ$		$A = 0$	$A = F \cdot S \cdot \cos 90^\circ, \cos 90^\circ = 0$ $A = 0$
$90^\circ < \alpha < 180^\circ$		$A < 0$	$A = F \cdot S \cdot \cos \alpha$ $\cos \alpha < 0$
$\alpha = 180^\circ$		$A < 0$ <small>max</small>	$A = F \cdot S \cdot \cos 180^\circ, \cos 180^\circ = -1$ $A = -F \cdot S$

## ④ КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

### 1) Кинетическая энергия

$$E_k \text{ [Дж]}$$

энергия, которой обладает тело вследствие своего движения (характеризует движущееся тело)

### 2) Теорема о кинетической энергии

Под действием силы  $\vec{F}$  тело совершило перемещение  $\vec{S}$  и его скорость увеличилась с  $\vec{V}_1$  до  $\vec{V}_2$

Вычислим работу, совершенную силой  $\vec{F}$



$$A = F \cdot S \cdot \cos\alpha$$

1)  $F = ma$  (II закон Ньютона)

2)  $2aS = V_2^2 - V_1^2 \Rightarrow S = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2a}$

3)  $\alpha = 0^\circ; \cos\alpha = 1$

$$A = m \cdot a \cdot \frac{V_2^2 - V_1^2}{2a} \cdot 1 = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} = E_{k2} - E_{k1}$$

$$E_k = \frac{mV^2}{2}$$

Работа сил, приложенных к телу, равна изменению его кинетической энергии.

$$A = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k$$

$$A = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}$$

$$A = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}$$

### 3)

$$E_k = \frac{mV^2}{2}$$

а) В выбранной системе отсчета:

- если тело не движется ( $V = 0$ ), то  $E_k = 0$
- если тело движется, то  $E_k > 0$

$$E_k \geq 0$$

б) кинетическая энергия является **относительной величиной**, т. к. зависит от выбора системы отсчета

## ⑤ ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

### 1) Потенциальная энергия

$$E_p \text{ [Дж]}$$

энергия, обусловленная **взаимодействием** тел или частей одного и того же тела

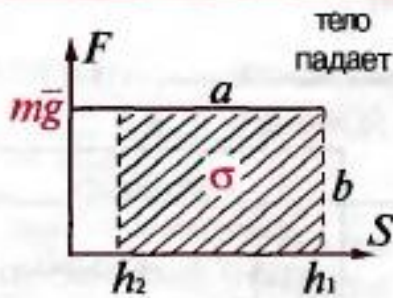
Она зависит от взаимного расположения тел или величины упругой деформации тела

## 2) Потенциальная энергия поднятого над Землей тела.

### Работа силы тяжести

а) Вблизи поверхности Земли будем считать

$$F_{\text{тяж}} = mg = \text{const}$$



#### Графический способ:

Площадь фигуры под графиком  $F = F(S)$  численно равна работе, совершенной этой силой

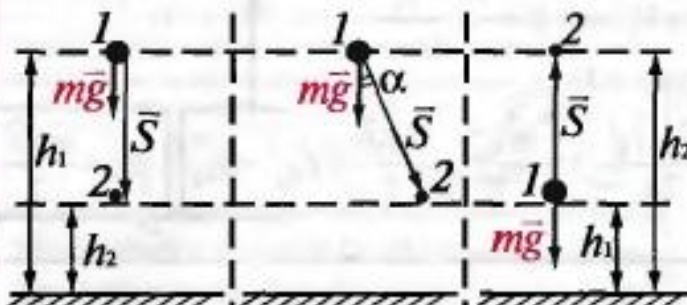
$$\sigma = ab \Rightarrow$$

$$A = mg(h_1 - h_2)$$

$$A = mgh_1 - mgh_2$$

$$A = F \cdot S \cdot \cos\alpha$$

$$; \alpha = \widehat{FS}, F = \text{const} = mg$$



$$\alpha = 0^\circ \quad \cos\alpha = 1$$

$$S = h_1 - h_2$$

$$A = mg(h_1 - h_2)$$

$$S \cdot \cos\alpha = h_1 - h_2$$

$$A = mg(h_1 - h_2)$$

$$\alpha = 180^\circ \quad \cos\alpha = -1$$

$$A = mg(h_2 - h_1) \cdot (-1)$$

$$A = mg(h_1 - h_2)$$

$$A = mg(h_1 - h_2)$$

$$A = mgh_1 - mgh_2$$

Работа силы тяжести не зависит от формы траектории и длины пути, а зависит только от начального и конечного положения тела ( $h_1$  и  $h_2$ )

Поле силы тяжести **потенциально**

Работа по замкнутой траектории равна нулю

б)

$$A = mgh_1 - mgh_2$$

$$E_p = mgh$$

$$A = E_{p1} - E_{p2} = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p$$

Работа  $F_{\text{тяж}}$  всегда равна изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком

- тело падает:  $A > 0$ ;  $E_p$  уменьшается
- тело поднимается:  $A < 0$ ;  $E_p$  увеличивается
- тело движется горизонтально:  $A = 0$ ;  $E_p = \text{const}$

в)

Потенциальная энергия поднятого над Землей тела

$$E_p = mgh$$

энергия взаимодействия тела с Землей



Потенциальная энергия является относительной величиной, т. к. зависит от выбора нулевого уровня (где  $h = 0$ )

### 3) Потенциальная энергия упругодеформированного тела. Работа силы упругости

а)

По закону Гука:  $F_{\text{упр}} = -kx$ ,  $F_{\text{упр}} \neq \text{const}$  ( $F_{\text{упр}} \sim x$ )



растянутая пружина  
сжимается

#### Графический способ:

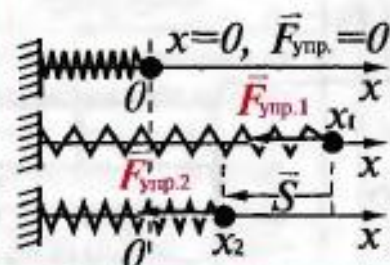
Площадь фигуры под графиком  $F_{\text{упр}} = F(x)$  численно равна работе силы упругости

$$A_{\text{упр}} = \sigma_{\text{трапеции}} = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$A_{\text{упр}} = \frac{F_{\text{упр}1} + F_{\text{упр}2}}{2} (x_1 - x_2) = \frac{kx_1 + kx_2}{2} (x_1 - x_2) = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$$

$$A_{\text{упр}} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$$

Т. к.  $F_{\text{упр}} \neq \text{const}$ , то берем среднее значение  $F_{\text{упр}}$



$$A = F_{\text{упр. ср}} \cdot S \cdot \cos \alpha$$

$$|F_{\text{упр. ср}}| = \frac{|F_{\text{упр}1}| + |F_{\text{упр}2}|}{2}$$

$$|S| = x_1 - x_2$$

$$\cos \alpha = 1 \quad (\alpha = 0^\circ)$$

$$A = F_{\text{ср}} \cdot S \cdot \cos \alpha$$

$$A = \frac{kx_1 + kx_2}{2} (x_1 - x_2)$$

$$A_{\text{упр}} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$$

б)

$$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$$

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

$$A = E_{p1} - E_{p2} = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p$$

работа силы упругости равна изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком

тело (пружина) не деформировано  $E_p = 0$

тело (пружина) деформировано  $E_p > 0$

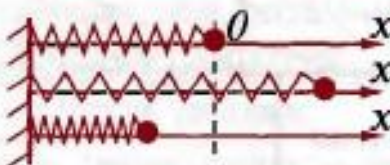
$$E_p \geq 0$$

в)

Потенциальная энергия упругодеформированного тела

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

энергия взаимодействия частей тела



$E_p$  зависит от деформации:

- чем больше деформация, тем  $E_p \uparrow$
- если тело не деформировано,  $E_p = 0$

## ⑥ ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Полная механическая энергия замкнутой системы тел, взаимодействующих только за счет сил тяготения и упругости, остается постоянной при любых движениях тел

$$E = E_k + E_p = \text{const}$$

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

$$\Delta E_k + \Delta E_p = 0$$

$$\left. \begin{aligned} A &= E_{k2} - E_{k1} \\ A &= E_{p1} - E_{p2} \end{aligned} \right\} A = A \Rightarrow E_{k2} - E_{k1} = E_{p1} - E_{p2}$$

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$$

$E = E_p + E_k$  — полная механическая энергия

$$E = \text{const}$$

Если система не замкнута и тела взаимодействуют за счет сил трения, то сумма изменений кинетической и потенциальной энергий равна работе силы трения.

$$\Delta E_k + \Delta E_p = A_{\text{тр}}$$

$$E_{k2} - E_{k1} + E_{p2} - E_{p1} = -F_{\text{тр}} \cdot S$$

Работа силы трения



$$A = F \cdot S \cdot \cos \alpha$$

$$F = F_{\text{тр}}$$

$$\cos \alpha = -1 \quad (\alpha = 180^\circ)$$

$$A_{\text{вп}} = -F_{\text{тр}} \cdot S$$

## ⑦ МЕХАНИЧЕСКАЯ МОЩНОСТЬ

**Мощность**

$N$  [Вт]

это скалярная физическая величина, характеризующая работу, совершенную за единицу времени (быстрота совершения работы)

$$N = \frac{A}{t}$$

$$1 \text{ Вт} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ с}}$$

$$1 \text{ лошадиная сила} = 736 \text{ Вт}$$

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{A}{t} \\ A &= \vec{F} \cdot \vec{S} = F \cdot S \cdot \cos \alpha \end{aligned} \right\} A = \frac{\vec{F} \vec{S}}{t} = \frac{F \cdot S \cdot \cos \alpha}{t} = F \cdot V \cdot \cos \alpha$$

если  $\vec{F} = \text{const}$ ;  $\vec{V} = \text{const}$

$$A = F \cdot V \cdot \cos \alpha$$



$$\left. \begin{aligned} N &\rightarrow \text{средняя} & N &= F \cdot V_{\text{ср}} \cdot \cos \alpha \\ N &\rightarrow \text{мгновенная} & N &= F \cdot V_{\text{мгн.}} \cdot \cos \alpha \end{aligned} \right\} \text{если } \vec{F} = \text{const}$$